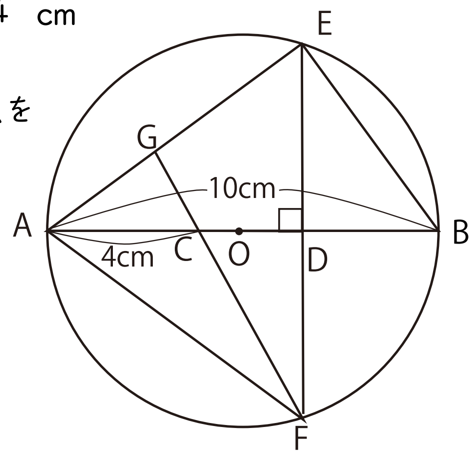
証明の練習問題

NO.6

名前	

／　　点

1　右の図のような直径　10 cmの円Oがある。
線分ABは円Oの直径で、線分AB上にAC　＝　4　cm
となる点Cをとり、線分BCの中点をDとする。
点Dを通り、線分BCに垂直な直線と円Oとの交点を
E,Fとし、直線FCと線分AEの交点をGとする。
　このとき次の問いに答えなさい。　(長崎)

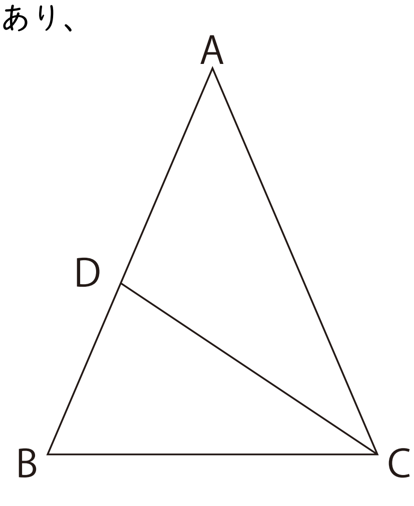


① 線分ODの長さを求めなさい。

② 線分DEの長さを求めなさい。

③ EB//GFであることを証明しなさい。

2　右の図の三角形ABCにおいて、点DはAB上の点であり、
AB　＝　AC，　AD　＝　CD　＝　CB　であるとき、
△ABCと△CBDが相似であることを証明しなさい。



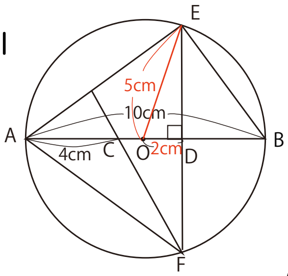
解答例

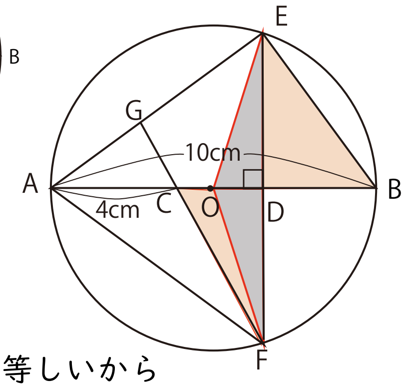
1　① 10 － 4 ＝ 6 ← BC　　5 － 4 ＝ 1 ←OC

6 ÷ 2 ＝ 3 ←CD　　3 － 1 ＝ 2 cm

② $ED^2 = 5^2 - 2^2 = 21$

$ED = \sqrt{21}$ cm





③　△OEDと△OFDにおいて

円の半径より　　OE=OF　・・・①

BC⊥EFより　∠ODE=ODF=90°　・・・②

共通な辺なので　　OD=OD　　　・・・③

①、②、③ より　直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから

　△OED≡△OFD　・・・④

次に+A58において

④より、合同な三角形の対応する辺なので　DE＝DF・・・⑤

BC⊥EFより　∠BDE=CDF=90°　・・・⑥

点DはBCの中点なので　　BD=CD　　　・・・⑦

⑤、⑥、⑦より　　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△BDE≡△CDF

合同な三角形の対応する角は等しいので　∠BED=CFD

　錯角が等しいから　EB//GF　となる。

2　△ABCと△CBDにおいて

　共通な角なので　　∠ABC＝∠CBD　・・・①

　二等辺三角形の底角は等しいから

　AB=ACより

　∠ABC＝∠ACB　・・・②

　CB=CDより

　∠CBD＝∠CDB　・・・③

②、③より

　∠ACB＝∠CDB　・・・④

①、④より　2組の角がそれぞれ等しいので　　△ABC∽△CBD