

空間図形総合 I

名前 _____

点 _____

1 右の図1は1辺の長さが 8 cm の立方体を半分に切り取ってできた物体である。

この立体を図3のように、辺DAの延長上に $DA=AP$ となるように、点Pをとり、線分PEと辺ABの交点をQ, 線分PFと辺ACとの交点をRとする。このとき次の問いに答えなさい。

(徳島 改)

① $\triangle PQR$ の面積は $\triangle PEF$ の面積の何倍になるか。

② 三角柱ABCDEFが平面QEFRで分けられる2つの部分のうち頂点Bを含む立体の体積を求めなさい。

図1

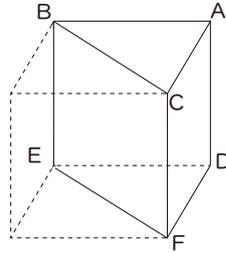
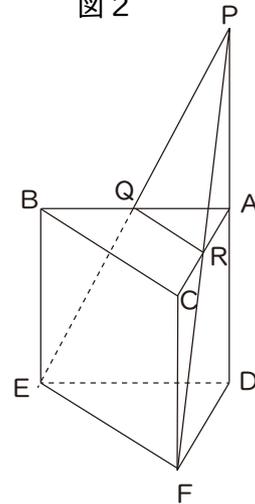


図2



2 右の図は1辺が 8 cmの正四面体OABCである。これについて次の問いに答えなさい。

(石川 改)

① 辺OBとねじれの位置にある辺を書きなさい。

② 図2のように、辺BCの中点をDとするとき $\triangle OAD$ の面積を求めなさい。

図1

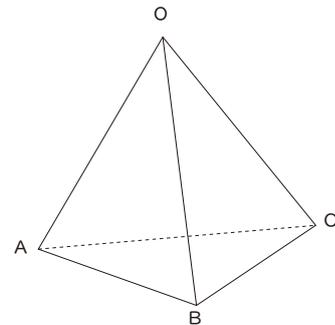
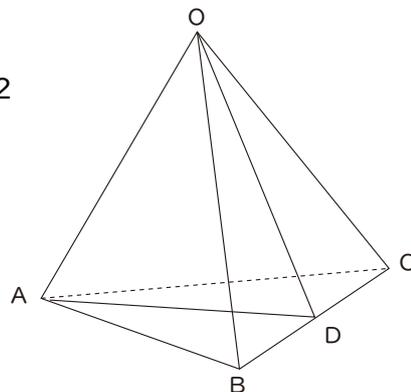


図2



解答

1

① $\triangle PFD$ で $AR \parallel DF$ $PA=PD$ なので中点連結定理より
 $PR=RF$

$\triangle PED$ で $AQ \parallel DE$ $PA=AD$ より $PQ=QF$

よって $\triangle PQR$ の $\triangle PEF$ で 相似比は 1:2

$\triangle PQR$ と $\triangle PEF$ の面積比は

$$1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

よって

$$\triangle PQR \text{の面積は} \triangle PEF \text{の面積の} \frac{1}{4} \text{倍}$$

② 三角錐PAQRと三角錐PDEFの体積比は 相似比が 1 : 2 なので

$$\text{体積比は } 1^3 : 2^3 = 1 : 8$$

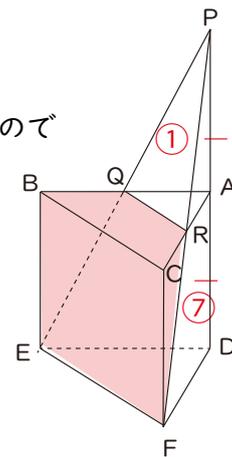
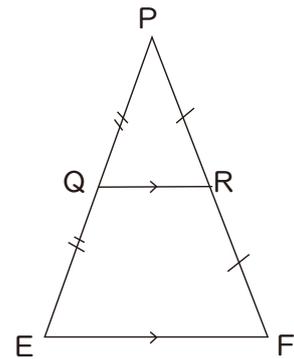
三角錐PDEFから三角錐PAQRを引いた立体の体積は

三角錐PDEFの $\frac{7}{8}$ 倍 となる

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{体積のは} & \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 8^2 \times 16 \times \frac{7}{8} \\ & = \frac{448}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{三角柱} ABCDEF \text{の体積は} \frac{1}{2} \times 8^2 \times 8 = 256 \text{ cm}^3$$

$$\text{よって} \quad 256 - \frac{448}{3} = \frac{320}{3} \text{ cm}^3$$



2

① 辺AC

② $\triangle ABC, \triangle OBC$ は正三角形なので

$$AD=OD= 4\sqrt{3}$$

点Dから辺OAにひいた垂線の長さは

$$\begin{aligned} & \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} \\ & = \sqrt{48 - 16} \\ & = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって面積は} & \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{2} \\ & = 16\sqrt{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

