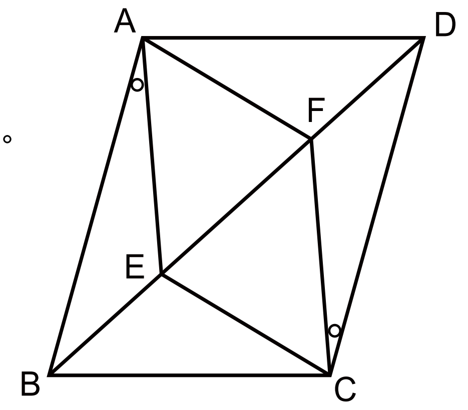
平行四辺形の証明　応用１

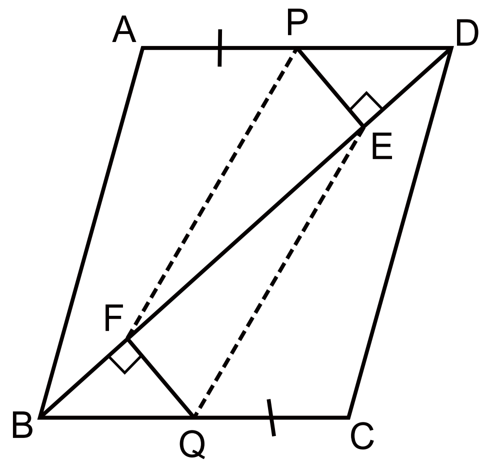
学習日；

／　点

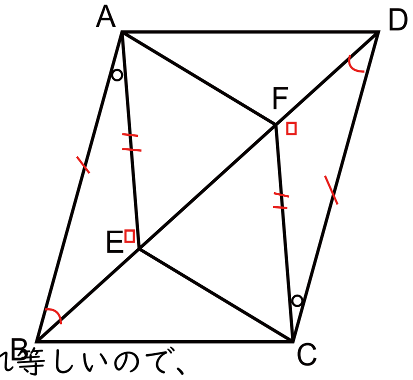
1　右の図のように、平行四辺形ABCDの
対角線BDを引き、BD上に、
∠BAE ＝ ∠DCF となるように点E, Fをとります。
このとき、四角形AECFが平行四辺形である
ことを証明しなさい。



2　右の図のように、平行四辺形ABCDの
辺AD、BC上にそれぞれ点P、Qを、
AP ＝ CQ となるようにとります。
また、点P、Qから対角線BDにそれぞれ
垂線PE、QFを引きます。
このとき、四角形PEQFが平行四辺形になる
ことを証明しなさい。



解答



|1| △ABEと△CDFにおいて、

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、

AB = CD … ①

AB // CD より、平行線の錯角は等しいから、

∠ABE = ∠CDF … ②

仮定より、∠BAE = ∠DCF … ③

①、②、③より、１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、

△ABE ≡ △CDF

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、AE = CF … ④

また、合同な図形の対応する角の大きさは等しいから、∠AEB = ∠CFD

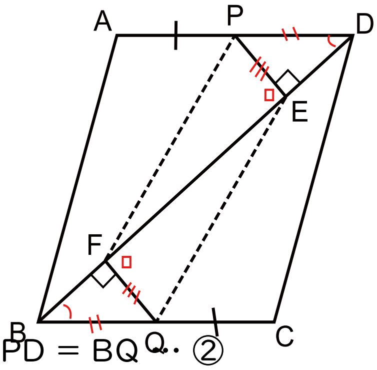
ここで、∠AEF = 180° − ∠AEB、∠CFE = 180° − ∠CFD であるから、

∠AEF = ∠CFE

錯角が等しいので、AE // CF … ⑤

④、⑤より、１組の向かい合う辺が等しくて平行なので、

四角形AECFは平行四辺形である。



|2| △PDEと△QBFにおいて、

仮定より、PE⊥BD、QF⊥BD だから、

∠PED = ∠QFB = 90° … ①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから、AD = BC

仮定より、AP = CQ

したがって、PD = AD − AP、BQ = BC − CQ より、PD = BQ … ②

AD // BC より、平行線の錯角は等しいから、

∠PDE = ∠QBF … ③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので、

△PDE ≡ △QBF

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、PE = QF … ④

また、PE⊥BD、QF⊥BD より、∠PEF = ∠QFE = 90°

錯角が等しいので、PE // QF … ⑤

④、⑤より、１組の向かい合う辺が等しくて平行なので、

四角形PEQFは平行四辺形である。