

式の計算の利用②（証明）

名前

/3 点

- 1 「連続した2つの奇数の積に1をたした数は、偶数の2乗に等しい」
を証明するとき、()の中に適当な式や言葉入れて証明を
完成させなさい。

<証明>

n を整数とすると、連続した2つの奇数は

$$\begin{aligned}
 & (\quad) n + (\quad) , \quad (\quad) n + (\quad) \text{と表せる} \\
 & \{ (\quad) n + (\quad) \} \{ (\quad) n + (\quad) \} + 1 \\
 & = (\quad) n^2 + (\quad) n + (\quad) + 1 \\
 & = (\quad) n^2 + (\quad) n + (\quad) \\
 & = \{ (\quad) n + (\quad) \}^2 \\
 & (\quad) n + (\quad) \text{は偶数なので、偶数の2乗になる。}
 \end{aligned}$$

- 2 となりあう2つの偶数の積に1をたすと奇数の2乗になることを証明しなさい。

- 3 2つの連続した奇数の大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた
差は8の倍数であることを証明しなさい。

解答

1 n を整数とすると、連続した2つの奇数は

$$(2n + 1), (2n + 3) \text{ と表せる}$$

$$\{(2n + 1)\} \{(2n + 3)\} + 1$$

$$= (4n^2 + 8n + 3) + 1$$

$$= (4n^2 + 8n + 4)$$

$$= \{(2n + 2)\}^2$$

$(2n + 2)$ は偶数なので、偶数の2乗になる。

2 n を整数とすると、となりあう2つの偶数は

$$2n, 2n + 2 \text{ と表せる。}$$

$$2n(2n + 2) + 1$$

$$= 4n^2 + 4n + 1$$

$$= (2n + 1)^2$$

$2n + 1$ は奇数なので
 $(2n + 1)^2$ は奇数の2乗である。したがって
 となりあう2つの偶数の積に1をたすと奇数の2乗になる

3 n を整数とすると、連続した2つの奇数は $2n + 1, 2n + 3$ と表せる。

$$(2n + 3)^2 - (2n + 1)^2$$

$$= 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 4n - 1$$

$$= 8n + 8$$

$$= 8(n + 1)$$

$n + 1$ は整数なので $8(n + 1)$ は8の倍数 によって
 2つの連続した奇数の大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた
 差は8の倍数である