高校入試　関数総合

NO.2　　名前　　　　　　　　　　　　　　／　　点

◇　右の図で、放物線①は $y = ax^2$

双曲線②は $y = \dfrac{16}{x}$、

直線③は $x = 2$ である。

点Aは①と③の交点、点Bは①と②の交点で

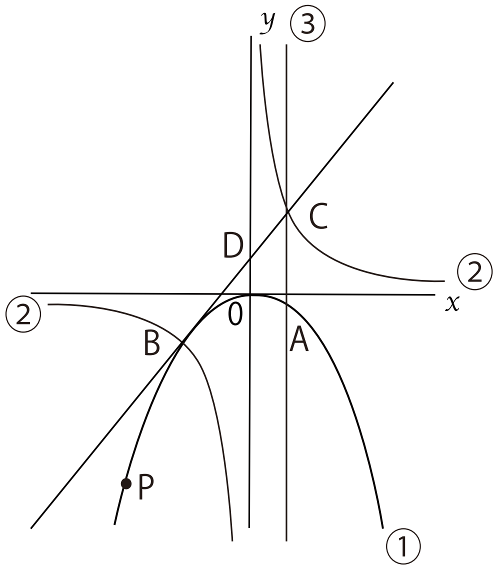
x 座標は -4 ,点Cは②と③の交点であり、

点Dは直線BCと y 軸の交点である。

点Pは ①上の点で、x 座標は負である。

座標軸の単位の長さを１cmとするとき、

次の問いに答えなさい。　　　(青森)



問１　a の値を求めなさい。

問２　直線BCの式を求めなさい。

問３　①の関数 $y = ax^2$ の x の変域が $n \leqq x \leqq 4$ のとき、y の変域は $-4 \leqq y \leqq 0$ である。n は整数とするとき、n のとりうる値をすべて求めなさい。

問４　△ACPの面積が△ACDの面積の５倍になるとき、点Pの座標を求めなさい。

解答

問1　点Bの　$x = -4$　を　②に代入すると

$$y = \frac{16}{-4} = -4$$

$(-4,\ -4)$　を①に代入　$-4 = 16a$

$$a = -\frac{1}{4}$$

問2　点Cの　$x = 2$　を②に代入

$$y = \frac{16}{2} = 8$$

$(-4,\ -4)$　$(2,\ 8)$　を通る直線を求める

$y = ax + b$　とすると傾きは

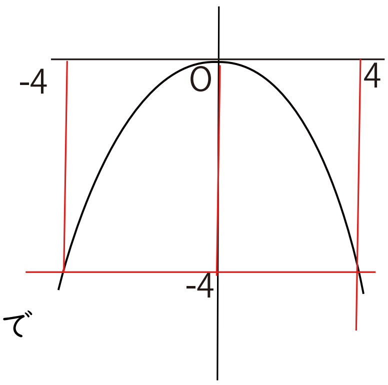
$$\frac{8-(-4)}{2-(-4)} = \frac{12}{6} = 2$$

$y = 2x + b$　に　$(2,\ 8)$　を代入

$8 = 4 + b$　　$b = 4$

求める直線は　$y = 2x + 4$

問3　$y = -\frac{1}{4}x^2$　について



$n \leqq x \leqq 4$　より最小値は　-4

最大値は　0　となる。

y　の値がこの範囲になるためには右図より

$-4 \leqq n \leqq 0$　となればよい　n　は整数なので

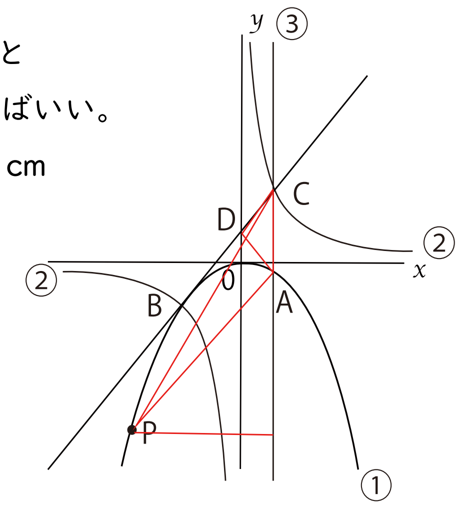
$n = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0$

問4　△ACP と　△ACD　の底辺を　AC　とすると

△ACP の高さが　△ACD の高さの　5　倍になればいい。

△ACD の高さは　AからOまでの距離なので　2　cm

よって直線③からPまでの距離が　10　cm



P　の　x　座標は　$2 - 10 = -8$

Pは　$y = -\frac{1}{4}x^2$　上の点なので

$$y = -\frac{1}{4} \times 64 = -16$$

よって　Pの座標は　$(-8,\ -16)$