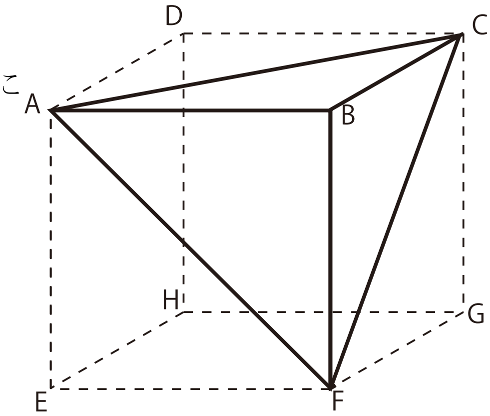
いろいろな体積の問題

NO. 2　　名前　　　　　　　　　　　　／3　点

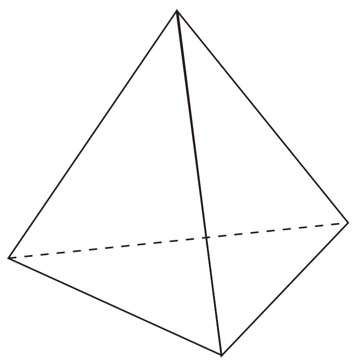
1 右の図のような一辺の長さが　6　cm
の立方体ABCD-EFGHで、A,B,C,Fを
頂点とする三角すいがあるとき、次の問いに
答えなさい。



①　この立体の体積を求めなさい。

②　頂点Bから面ACFにおろした垂線の長さを求めなさい。

2 右の図のような一辺が　8　cmの正四面体の
体積を求めなさい。



解答

1

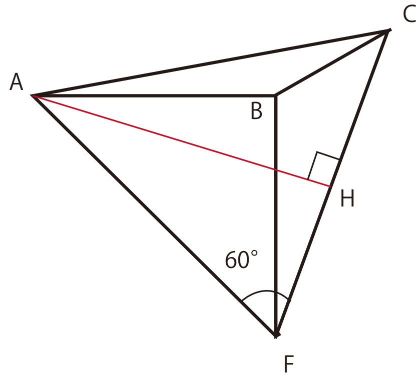
① △ABCを底辺　BFを高さとする

$$6^2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 36 \ (\text{cm}^3)$$

② △AFCの面積を考える。

$AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

$AC = 6\sqrt{2}$ cm



AからFCに引いた垂線とFCの交点をHとすると

$AC : HC : AH = 2 : 1 : \sqrt{3}$

よって　$HC = 3\sqrt{2}$

$AH = 3\sqrt{6}$

△AFCの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 9\sqrt{12} = 18\sqrt{3} \ \text{cm}^2$$

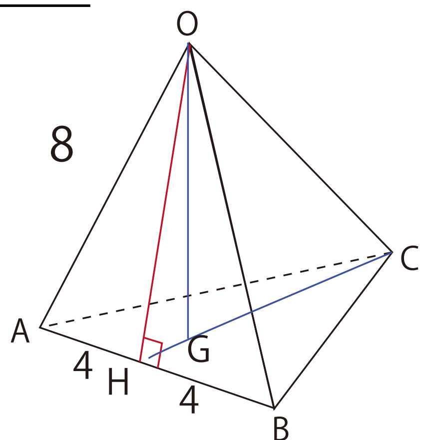
点Bから△ACFへの高さをhとすると

$$\frac{1}{3} \times 18\sqrt{3} \times h = 36$$

$$6\sqrt{3}\,h = 36$$

$$h = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \ \text{cm}$$

2　右の図よりOH＝CHを求める



△OABは正三角形なので

$AH : OH = 1 : \sqrt{3}$

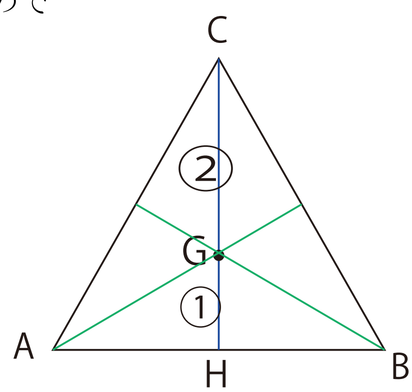
$OH = 4\sqrt{3} = CH$

△ABCの面積は

$8 \times 4\sqrt{3} \div 2$

$= 16\sqrt{3}$ cm²

高さOGを求める　　点Gは△ABCの重心になるので



$$GH = \frac{1}{3} CH$$

$$GH = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

△OGHで三平方の定理を使うと

$$OG^2 = OH^2 - GH^2$$

$$= 48 - \frac{16}{3} = \frac{128}{3}$$

（続く）

$$OG = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

体積は

$$\frac{1}{3} \times 16\sqrt{3} \times \frac{8\sqrt{6}}{3} = \frac{128 \times 3\sqrt{2}}{9}$$

$$= \frac{128\sqrt{2}}{3} \quad (\text{cm}^3)$$