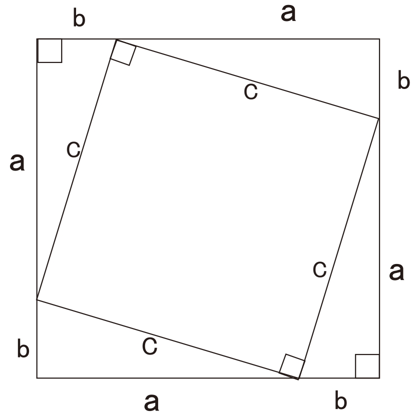
三平方の定理の証明

NO　１　　名前　　　　／　点

1　下の図のように１辺の長さが　ａ＋ｂ　の正方形に、
１辺の長さが　ｃ　の正方形が内接しています。
内接する正方形の面積を　ａ　と　ｂ　で表して
三平方の定理を証明します。
（　　）　に適当な式、記号、数値を入れなさい。



外側の正方形の面積　→　$(\qquad\qquad)^2$

内側の正方形の面積　→　$(\qquad\qquad)^2 - 4 \times \dfrac{1}{2}(\qquad)$

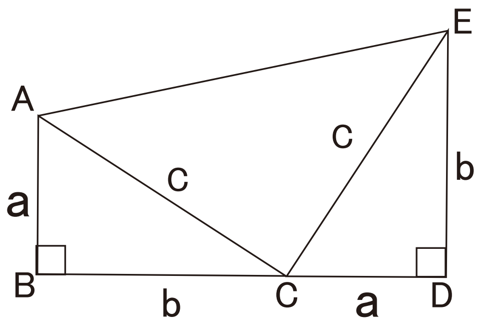
展開すると

$(\qquad\qquad\qquad\qquad) - 2(\qquad)$

$= (\quad)^2 + (\quad)^2$

よって　$c^2 = (\quad)^2 + (\quad)^2$　が成り立つ

2　下の図を使って三平方の定理を証明しなさい。



＊　台形ABDEの面積を求める

解答

1

外側の正方形の面積 → $(a+b)^2$

内側の正方形の面積 → $(a+b)^2 - 4 \times \frac{1}{2}(ab)$

展開すると

$$(a^2 + 2ab + b^2) - 2(ab)$$
$$= (a)^2 + (b)^2$$

よって $c^2 = (a)^2 + (b)^2$ が成り立つ

2　台形ABDEの面積は

$$\frac{1}{2}\underbrace{(a+b)}_{\text{上底＋下底}} \times \underbrace{(a+b)}_{\text{高さ}}$$

$$= \frac{1}{2}(a+b)^2$$

△ABCと△CDEにおいて

AB=CD　，BC=DE　∠B=∠Dなので　２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ABC≡△CDE

∠BAC=∠DCE

∠BAC＋∠ACB = 90°　∠DCA＋∠ACB = 90°　なので

∠ACE = 90°　よって△ACEは直角三角形

△ACEの面積は $\frac{1}{2}c^2$

台形ABCFE = △ABC＋△CDE＋△ACE

$$= \frac{1}{2}(ab + ab + c^2)$$

よって

$$\frac{1}{2}(a+b)^2 = \frac{1}{2}(ab + ab + c^2)$$
$$(a+b)^2 = 2ab + c^2$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

よって $a^2 + b^2 = c^2$